جامعة ديالى

كلية التربية الاساسية



# الاحصاء التربوي

المرحلة الثانية

الثانية | المادة : الاحصاء التربوي

الرابع

## مفردات المنهج

| المفردات |
| --- |
| الفصل الاول |
| الاحصاء ، تعريف الاحصاء ، القياس والاحصاء ، المجتمع ، العينة ، الرموز الاحصائية |
| الفصل الثاني |
| طرق عرض البيانات<br>أ. بيانات كمية ب. بيانات نوعية |
| الاعمدة البيانية ، المدرج التكراري ، المضلع التكراري ، الخط المنحني التكراري ، الدا<br>البيانية |
| الفصل الثالث |
| المقاييس الاحصائية :<br>١. الاحصاء الوصفي ٢. الاحصاء الاستدلالي |
| مقاييس النزعة المركزية ، الوسط الحسابي ( المتوسط ) ، الوسط المرجح (الموزون) ، الو<br>المنوال |
| الفصل الرابع |
| مقاييس التشتت ، انواع مقاييس التشتت |
| مقاييس الارتباط ، انواع معاملات الارتباط :<br>١.معامل ارتباط بيرسون<br>٢.معامل ارتباط سبيرمان |
| الفصل الخامس |
| الاحصائيات الاستدلالية :<br>الفرضيات ، مستوى الدلالة ، درجة الحرية ، الدرجة المعيارية ، خطوات اختبار الفرضيات |

## أولا : الإحصـــــــاء Statistics

يعتبر الإحصاء من أهم الوسائل الحديثة اللازمة للبحث العلمي في ميادينه المختلفة ، ولتحقيق إجراءات الدراسة التي يقوم بها الباحثون عادةً فانه يلزم القيام بجمع البيانات الأولية عن الدراسة وتحليلها بشكل دقيق وشامل .

ومن الأهمية أن يعرف الباحث بنفسه طريقة معالجة البيانات التي جمعها بحيث يمكنه استخلاص مؤشرات ودلائل تفيده في تأييد صحة فرضياته أو دحضها ، فالإحصاء علم يعنى بجمع البيانات وتبويبها وعرضها وتحليلها واستخراج النتائج والاستدلالات منها بغرض اتخاذ قرارات.

فبعد أن يقوم الباحث بالحصول على البيانات باستخدام واحدة أو أكثر من أدوات البحث العلمي كالملاحظة والاستبيان والمقابلة والاختبار ..إلى غير ذلك من أدوات البحث ، يصبح من الضروري عرضها بشكل يسهل استعمالها واستخلاص النتائج منها، وتعرض البيانات في صورة جداول إحصائية أو رسومات بيانية ، ويقسم علم الإحصاء إلى قسمين هما :

### ١. الإحصاء الوصفي Descriptive Statistics

يختص بجمع ووصف البيانات الإحصائية وجدولتها وعرضها بطريقة تسهل على الباحث وإعطاؤه وصف شامل ودقيق عن هذه البيانات .

### ٢. الإحصاء الاستدلالي Inferential Statistics

ويختص بالوصول إلى استنتاجات واتخاذ القرارات المناسبة بخصوص المجتمع من خلال العينة التي يجب أن تكون ممثلة للمجتمع أفضل تمثيل ، وبذلك فان نظرية الاحتمالات تعد عنصرا أساسيا في الاستدلال الإحصائي الذي يهتم بموضوعين رئيسين هما : التقدير واختبار الفروض التي يضعها الباحث وذلك باستخدام احد الاختبارات الإحصائية مثل الاختبار التائي أو الزائي أو الفائي

## أهمية علم الإحصاء ومجالات تطبيقاته

١ • تساعد الباحث على إعطاء أوصاف على جانب كبير من الدقة العملية فهدف العلم الوصول إلى أوصاف الظواهر ومميزاتها الطبيعية ، وكلما توصل العلم إلى زيادة في دقة الوصف كلما كان هذا دليلا على التقدم العلمي ونجاح الأساليب العلمية ، ودقة الوصف تحتاج دائما إلى اختبار مدى ثبات النتائج التي حصل عليها الباحث ، فمجرد الوصول إلى نتائج دون التحقق من ثباتها لا يكفي عادة كأساس يعتمد عليه في تفسير الحقائق وتحقيق الفروض .

٢ • يساعد الإحصاء على تلخيص النتائج في شكل ملائم مفهوم فمجرد ذكر الدرجات لا يكفي للمقارنة بين الجنسين بل إن حساب متوسطي الدرجات قد سهل مهمة المقارنة كثيرا فالبيانات التي يجمعها الباحث لا تعطي صورة واضحة إلا إذا تم تلخيصها في معامل أو رقم أو شكل توضيحي كالرسوم البيانية .

٣ • تساعد الباحث على استخلاص النتائج العامة من النتائج الجزئية ، فمثل هذه النتائج لا يمكن استخلاصها إلا تبعا لقواعد إحصائية .

وقبل هذا كله يساعد الإحصاء الباحث عند تنظيم خطوات بحثه ، فهو يحتاج إليه في مرحلة تصميم البحث وتخطيطه ، حتى يمكنه في النهاية أن يخرج من بحثه بالنتائج التي يسعى إلى تحقيقها ، فهو يهديه إلى أضبط الوسائل التي تؤدي إلى التفكير الصحيح من حيث الإعداد أو الاستدلال والقياس أثناء خطوات البحث .

## مجالات تطبيقات علم الإحصاء

١- البحوث الاقتصادية الإدارية والاجتماعية .

٢- البحوث البايلوجية والطبية .

٣- البحوث الزراعية التطبيقية .

٤- البحوث الصناعية التطبيقية .

٥- البحوث الهندسية التطبيقية .

٦- بحوث التربية الرياضية .

## المتغير والثابت

إن الأشياء التي يتم ملاحظتها ودراستها هي ما يسميها العلماء بالمتغيرات . فلو كان الشيء الذي نلاحظه هو " الذكاء " للأطفال فان الذكاء يعتبر متغير ، ويتباين هذا المتغير ويختلف تبعا لتباين الأفراد فلكل فرد مستوى ذكاء معين خاص به نتيجة لمؤثرات كثيرة ومتعددة . وكذلك بالنسبة للعمر والوزن ودرجات الطلاب في الاختبارات .

أما إذا كانت الخاصية ثابتة لا تتغير مثال عدد ساعات اليوم ٢٤ ساعة أو عدد أيام الأسبوع ٧ أيام فنقول عنها ثابتة أو هو ما يثبته الباحث في بحثه عن خاصية معينة .

على هذا تعرف البيانات الإحصائية (المتغيرات) أنها كمية من المعلومات على هيئة أرقام وان تلك الأرقام إما أن تكون صحيحة Integers مثل ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ وهكذا أو تكون أرقاما عشرية أو حقيقية Real Numbers مثل ٨٫٥ ، ٢٥و١٠ ، ٥و١٥ ، ويتوقف حجم البيانات الخام على حجم المجتمع الأصلي فكلما ازداد حجم هذا المجتمع يتوقع مزيدا من الأرقام غير المرئية والتي يصعب مع كثرتها وعدم تصنيفها تفهم أو قياس متغير أو أكثر تحت الدراسة .

## أنواع البيانات الإحصائية (المتغيرات)

أ) البيانات النوعية ( الوصفية ) Qualitative Data :

وهي تلك المتغيرات التي تدل على الصفة أو النوع أي غير قابلة للقياس العددي ويمكن ترتيبها أو تصنيفها على شكل مستويات أو فئات رقمية ويمكن قياسها بمعيارين هما :

١. معيار اسمي مثل متغير الجنس (ذكر - أنثى) ، الحالة الزوجية (متزوج - أعزب - مطلق - أرمل )، المهنة ( موظف – مزارع – تاجر – فني )

٢. معيار ترتيبي مثل المستوى التعليمي ( أمي – يقرأ ويكتب – ابتدائية – متوسطة – ثانوية – جامعية – شهادة عليا ) ، أو تقديرات الطلبة ( ضعيف – مقبول- متوسط – جيد – جيد جدا – ممتاز ) .

١٢- خريطة استراليا

ب) البيانات الكمية :

وهي البيانات التي تأخذ قيما عددية تمثل القيمة الحقيقة للظاهرة مثل بيانات العمر ، درجة الحرارة ، بيانات الإنتاج ، وتكون هذه البيانات على صورتين رئيسيتين هما بيانات كمية مبوبة وغير مبوبة ، أما أنواعها فهي :

١) بيانات كمية متصلة

وهي المتغيرات التي تأخذ جميع القيم بين حدي التغير فمثلا بين ١و٢ نجد ١٫٠٠١ ، ١٫٠٠٢ ، ١٫٠٠٣ وهكذا أي أنها تحتوي على كسور و مثال على ذلك الطول وأجزائه أو الوزن وأجزائه وهكذا .

٢) بيانات كمية منفصلة

أو ما تسمى بالمتغيرات المتقطعة وهي التي تأخذ عدد صحيح مثل عدد الطلاب في الفصل الدراسي وعدد الجامعات ، عدد السكان ، عدد السيارات ، عدد المدن وغيرها .

وهناك تصنيف آخر تبعا لعلاقاتهما السببية بمتغيرات أخرى وهي :

١. المتغير المستقل / هو المتغير الذي يحدث تغيرات في متغير آخر أو اكثر ويؤثر فيه.

٢. المتغير التابع / هو المتغير الذي فيه يحدث التغير أو الأثر .

مثال / اثر استخدام إستراتيجية العصف الذهني في تحصيل طلبة الصف الثاني المتوسط في مادة التاريخ .

متغير مستقل        متغير تابع

## القيـــاس والإحصـــاء

يعرف القياس / بأنه نظام تصنيفي تعطى فيه الأشياء أرقاما خاصة بها لكي يسهل تسجيل وتلخيص الملاحظات ومعالجتها إحصائيا مثل إعطاء مستوى الذكاء أو التحصيل أرقاما معينة هي الدرجات لتدل على مستوى ذكاء الفرد أو مقدار ما لدى الفرد من معلومات

## أنواع المقاييس

١) المقياس الاسمي : وهو أسهل وأبسط المقاييس وتستخدم الأرقام فيه للتصنيف فقط مثلا رقم اللاعب ٢٢ ، ورقم فريق معين ٣٧ ، وكذلك تصنف في حالة الجنس مثلا الرجل نصنفه برقم (١) والمرأة برقم (٢) وهكذا الأرقام لا تعطي شيئا سوى التصنيف .

٢) المقياس الرتبي : وهذا المقياس أفضل من المقياس السابق بخاصية الترتيب مع ميزة التصنيف فمثلا في سباق معين نحصل على الترتيب الأول والثاني والثالث ولكن المسافات بين الأول والثاني ليست بنفس المسافات بين الثالث والثاني .

٣) المقياس الفئوي : وهذا المقياس أفضل من المقياس الرتبي حيث أن المسافات بين الترتيب تكون متساوية مثل ذكاء أحمد في اختبار الذكاء ١١٥ ونسبة ذكاء طارق ١١٠ ونسبة ذكاء يوسف ١٠٥ ونسبة ذكاء خالد ١٠٠ وهكذا نلاحظ الفرق بين أحمد و طارق ٥ علامات وبين طارق ويوسف ٥ علامات وبين يوسف وخالد ٥ علامات ، تعني أن الفروق بينهم متساوية وممكن أن تحدد صفر نسبي لهذه العلامات قد تكون يساوي أي رقم نقرره وهو اعتباري ، ومثال آخر تصنيف الطلبة (ممتاز ، جيد جدا ، جيد، متوسط، مقبول ، ضعيف ).

٤ ) المقياس النسبي : سمي بهذا الاسم لان نسبة الأرقام إلى بعضها تكون ذات دلالة ومعنى على عكس القياسات السابقة ، وهذا المقياس يحوي جميع المقاييس السابقة إضافة إلى أنه يحتوي على الصفر المطلق ، فالصفر في القياس النسبي يعني انعدام الصفة وعدم وجودها فلو قلنا إن الدخل الشهري لفرد معين صفر فهذا يعني إن هذا الشخص لا دخل له .

## المجتمع والعينة

يبدأ الباحث بالتفكير في اختيار العينة المناسبة لبحثه منذ أن يبدأ في تحديد مشكلة بحثه لأن طبيعة البحث ومنهجه والأداة المستخدمة في جمع البيانات جميعها يؤثر وتتأثر بالعينة المختارة .

ولكن قبل أن يحدد الباحث عينة دراسته فإنه لابد أن يحدد مجتمع بحثه حسب مشكلة البحث

ولتوضيح مفهوم المجتمع ومفهوم العينة نأخذ هذا المثال : إذا أراد باحث دراسة مشكلات خريجي الجامعات ، فإن مجتمع البحث هنا هو جميع الخريجين من جميع الكليات والجامعات ، فهل يستطيع الباحث ذلك وهل يمتلك الوقت الكافي وهل يستطيع الوصول إلى جميع الخريجين ؟

بالطبع كلا ، لذلك على الباحث أن يختار جزءاً من مجتمع البحث الضخم والذي لا يستطيع الباحث دراسته ، فنسمي هذا الجزء من مجتمع البحث " عينة البحث" .

وبهذا يعني مجتمع البحث جميع مفردات الظاهرة التي يدرسها الباحث أو جميع الأفراد أو الأشخاص أو الأشياء الذين يكونون موضوع مشكلة البحث .

أما عينة البحث (هي جزء (شريحة) من المجتمع تتضمن نفس خصائص المجتمع الأصلي وتحقق أغراض البحث) وهكذا يتعذر على الباحث دراسة جميع عناصر المجتمع فيلجأ إلى اختيار عينة بدلاً من دراسة المجتمع كله وذلك يعود للأسباب التالية :

١. قد يكون المجتمع كبيراً جداً لدرجة أنه يصعب دراسة الظاهرة على جميع أفراد هذا المجتمع .

٢. إن دراسة المجتمع كله يتطلب وقتاً طويلاً وجهداً كبيراً وتكلفة مالية عالية.

٣. قد يصعب الوصول إلى كافة عناصر المجتمع خاصة إذا كان المجتمع كبيراً وواسع الانتشار.

٤. قد نحتاج أحياناً إلى اتخاذ قرار سريع بخصوص ظاهرة معينة، مما يتعذر على الباحث دراسة كافة عناصر المجتمع.

وهكذا يتبين أنه لا حاجة لدراسة المجتمع الأصلي كله ، لأن العينة التي يختارها الباحث تمثل المجتمع وتحقق أهداف البحث أو الدراسة.

## شروط اختيار العينة

يمكن تلخيصها في شرطين أساسين هما :

أ- تكون مفردات العينة ممثلة للمجتمع الذي يجرى عليه البحث تمثيلاً صحيحا وليست ممثلة لمجتمع آخر . بمعنى أنه إذا تكررت نفس النتائج على عينات أخرى من نفس المجتمع ، كانت العينة التي يجري عليها البحث عينة ممثلة للمجتمع الأصلي أصدق تمثيل ، وبذلك يمكن أن تكون خصائص مفردات العينة ( إحصائيات العينة ) متقاربة أو متشابهة مع خصائص المجتمع ( معالم المجتمع ) الذي تنتمي إليه .

ب - ألا تكون المفردات المختارة ممثلة لجزء ( قطاع ) من أجزاء المجتمع الأصلي بل يجب أن تمثل جميع أجزاء المجتمع .

## أنواع العينـــــــات

عدد واشرح واحدة منها

١. العينة العشوائية صح جدا

هي عينة مختارة بدون ترتيب ( مقصود) فكل أفراد المجتمع الذي اخترنا منه كان لهم فرص متساوية في الاختيار ولم يكن هناك تحيز عند الاختيار ، فلنفرض إننا نريد اختيار (٦٠) طالبا من طلاب السنة الاولى بكلية التربية الأساسية لدراسة بعض من السمات الشخصية فلكي نختار اختيارا عشوائيا غير متحيز ، نلجأ لقوائم أسماء الطلاب المرقمة ونأخذ الطلاب رقم : ٢٦،١٢،٢،٥٢،٤٢ ..... الخ .

٢. العينة القصدية / وهي عكس العشوائية .

٣. العينة الطبقية

وهي العينة التي تكون مقيدة بصفات المجتمع الأصلي وهي عشوائية في حدود هذه الصفات ... وهذه العينة تستلزم من الباحث الذي يتخير عينته في ضوءها أن يحلل المجتمع الأصلي أولا ، ثم نختار عشوائيا في ضوء صفات هذا المجتمع ، وقد يكون المجتمع موضع الدراسة على سبيل المثال مجتمع طبقي ، فعلى الباحث أن يختار أفراد عينته من الطبقات كلها وان يكون أفراد هذه العينة من ناحية أخرى مختارين عشوائيا وبنسب واحدة من الطبقات المختلفة

## ثانيا : طرق عرض البيانات الإحصائية

تتوقف طريقة عرض البيانات على نوع هذه البيانات وعلى الحقائق المطلوب إبرازها.

وهناك طريقتان أساسيتان لعرض وتبويب البيانات الإحصائية وهما :

١. العرض الجدولي للبيانات Tabular Presentation

٢. العرض البياني للبيانات Graphical Presentation

### اولاً : العرض الجدولي للبيانات ( الوصفية والكمية )

### أ ) عرض البيانات الوصفية في جدول توزيع تكراري بسيط :

هو ذلك الجدول الذي يتم وضع قيم الدرجات فيه مرتبة ترتيباً تصاعدياً في عموده الأول أما العمود الثاني فيسمى بعمود التكرار ويرصد فيه عدد مرات تكرار كل درجة ، ويهدف التوزيع التكراري إلى تبسيط العمليات الإحصائية وذلك بتبويبها في صورة مناسبة تيسر إجراءها بسرعة ودقة ، ويعد التوزيع التكراري نقطة البدء في العمليات الإحصائية .

**مثال ١:**

**البيانات الآتية تمثل تقديرات لمادة معينة لعينة من ٣٥ طالبا .**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ضعيف | ممتاز | جيد | ممتاز | متوسط |
| جيد جدا | ضعيف | ضعيف | ضعيف | مقبول |
| جيد | جيد جدا | جيد جدا | جيد جدا | جيد جدا |
| جيد جدا | جيد جدا | جيد | ممتاز | جيد |
| ممتاز | جيد | جيد جدا | جيد جدا | جيد جدا |
| جيد | متوسط | جيد | ممتاز | مقبول |
| مقبول | جيد جدا | مقبول | مقبول | مقبول |

المطلوب :

١. اعرض البيانات في جدول توزيع تكراري بسيط .

٢. اعرض البيانات في جدول توزيع تكراري نسبي .

٣. علق على النتائج

**الحل :**

نرسم جدولا تفريغيا مكونا من ٣ أعمدة ، الأول يضم الفئات (التقديرات) حسب ترتيبها التصاعدي أو التنازلي ، والثاني يحتوي على علامات التفريغ ، والأخير يضم عدد التكرارات على النحو الآتي :

**جدول تفريغ البيانات**

| التقديرات | العلامات الإحصائية | التكرارات |
|---|---|---|
| ممتاز | ~~////~~ | ٥ |
| جيد جدا | ~~////~~ ~~////~~ / | ١١ |
| جيد | ~~////~~ // | ٧ |
| متوسط | // | ٢ |
| مقبول | ~~////~~ / | ٦ |
| ضعيف | //// | ٤ |
| | | ٣٥ Total |

نأخذ العمودين الأول والثالث من جدول تفريغ البيانات السابقة فنحصل على الجدول التكراري البسيط كما يتضح ذلك أدناه :

| التقديرات | التكرارات |
|---|---|
| ممتاز | ٥ |
| جيد جدا | ١١ |
| جيد | ٧ |
| متوسط | ٢ |
| مقبول | ٦ |
| ضعيف | ٤ |
| Total | ٣٥ |

ومن جدول أعلاه يمكن أن نحصل على جدول التوزيع التكراري النسبي لان التكرار النسبي لأية فئة هو تكرار تلك الفئة مقسوما على مجموع التكرارات الكلي أي أن :

$$\text{التكرار النسبي لاي فئة} = \frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}}$$

وبذلك نحصل على الجدول التالي :

التوزيع التكراري النسبي للبيانات

| التقديرات | التكرارات | التكرار النسبي |
|---|---|---|
| ممتاز | ٥ | ٠٫١٤٢ |
| جيد جدا | ١١ | ٠٫٣١٤ |
| جيد | ٧ | ٠٫٢ |
| متوسط | ٢ | ٠٫٠٦ |
| مقبول | ٦ | ٠٫١٧١ |
| ضعيف | ٤ | ٠٫١١٤ |
| مج | ٣٥ | ١٫٠٠ |

وبذلك نلاحظ من الجدول أن نسبة الطلاب الحائزين على تقدير جيد جدا في هذه العينة قد بلغ ٣١٫٤% في حين أن نسبة الطلبة الحائزين على تقدير ضعيف كان ١١٫٤% وبذلك يمكن القول أن مستوى التقدير العام لطلبة الكلية هو جيد جدا .

**ب) عرض البيانات الكمية في جدول توزيع تكراري بسيط :**

أن عرض البيانات في جدول تكراري يتطلب إتباع الخطوات الآتية :

١. حساب المدى = اكبر قيمة - اصغر قيمة في التوزيع .

٢. حساب عدد الفئات بحيث لا يقل عن ٦ ولا يزيد عن ٢٠ ، ويمكن تحديد عدد الفئات على وفق الصيغة الآتية : **عدد الفئات =١+ ٣٫٣ لو (ن)**

٣. حساب طول الفئة (ل) ويسمى المدى الفئوي ويمثل المسافة ما بين الحد الأعلى والحد الأدنى للفئة ، علما أن عدد طول الفئة يتناسب عكسيا مع عدد الفئات فكلما كبر طول الفئة قل عددها والعكس صحيح ويحسب عدد الفئات على وفق الصيغة التالية : **طول الفئة = المدى / عدد الفئات**

٤. اختيار بداية الفئة الأولى أي الحد الأدنى لها مساوي لأقل قيمة موجودة بالبيانات أو أقل بقليل منها فمثلاً تكون من الأرقام الصفرية لتسهيل الحسابات بعد ذلك .

٥. مركز الفئة : يمثل حاصل قسمة مجموع حدي الفئة الأعلى والأدنى على ٢ .

٦. تكرار الفئة : يمثل تكرار الفئة جزء من مفردات العينة التي تتصف بكونها تقع من حيث القيمة العددية ما بين الحد الأدنى والأعلى للفئة .

**مثال ١ :**

البيانات الآتية تمثل درجات حصل عليها عشرون طالباً في إحدى المواد الدراسية :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٧٨ | ٨٣ | ٦٨ | ٧٩ | ٩٠ | ٦٢ | ٧٧ | ٧٦ | ٨٤ | ٨١ |
| ٧٣ | ٨١ | ٧٧ | ٧٤ | ٦٩ | ٨٨ | ٨٢ | ٨٠ | ٨٣ | ٦٧ |

المطلوب / اعرض البيانات في جدول توزيع تكراري نسبي ؟

**الحل :**

١. المدى ٩٠-٦٠=٣٠

2. طول الفئة = ١+ ٣,٣ لو (٢٠)

= ١+ ٣,٣ لو (١,٣٠١٠٩٢)

= ٦,٥ ------> ٦

٣. عدد الفئات = ٣٠ / ٦ = ٥

بعد ذلك نقوم بإعداد الجدول المطلوب

**جدول التوزيع التكراري للبيانات**

| الفئات | التكرارات | التكرار النسبي |
|---|---|---|
| ٦٠-٦٥ | ١ | ٠,٠٥ |
| ٦٥-٧٠ | ٢ | ٠,١ |
| ٧٠-٧٥ | ٣ | ٠,١٥ |
| ٧٥-٨٠ | ٥ | ٠,٢٥ |
| ٨٠-٨٥ | ٧ | ٠,٣٥ |
| ٨٥-٩٠ | ٢ | ٠,١ |
| المجموع | ٢٠ | ١,٠٠ |

## مثال ٢ :

قام باحث بجمع بيانات تمثل درجات اختبار مادة التاريخ لخمسين طالباً من طلاب الصف الثاني المتوسط في الجدول التالي :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ٧٠ | ٥٥ | ٥١ | ٤٢ | ٥٧ |
| ٤٥ | ٦٠ | ٤٧ | ٦٣ | ٥٣ |
| ٣٣ | ٦٥ | ٣٩ | ٨٢ | ٥٥ |
| ٦٤ | ٥٨ | ٦١ | ٦٥ | ٤٢ |
| ٥٠ | ٥٢ | ٥٣ | ٤٥ | ٥٥ |
| ٢٥ | ٣٦ | ٥٩ | ٦٣ | ٣٩ |
| ٦٥ | ٤٥ | ٤٩ | ٥٤ | ٦٤ |
| ٧٥ | ٤٢ | ٤١ | ٥٢ | ٧٨ |
| ٣٠ | ٣٥ | ٢٥ | ٤٨ | ٢٦ |
| ٢٠ | ٤٠ | ٥٥ | ٤٦ | ٨٨ |

المطلوب / هو إعداد جدول توزيع تكراري ذو فئات ؟

## الحل :

- المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة = ٨٨ – ٢٠ = ٦٨
- عدد الفئات = ٣٫٣ × لو (ن) = ١+ ٣٫٣ × لو (٥٠)

=١+ ٣٫٣ × ١٫٦٩٨ = ٥٫٦ ------> ٧

- طول الفئة = المدى / عدد الفئات = ٦٨ / ٧ = ٩٫٧ -------> ١٠
- نختار بداية الفئة الأولى وهو أصغر رقم = ٢٠ ، ونبدأ في بناء الجدول كالتالي :

| الفئات | العلامات | التكرار |
|---|---|---|
| ٢٠- | //// | ٤ |
| ٣٠- | ~~////~~ / | ٦ |
| ٤٠- | ~~////~~ ~~////~~ // | ١٢ |
| ٥٠- | ~~////~~ ~~////~~ //// | ١٤ |
| ٦٠- | ~~////~~ //// | ٩ |
| ٧٠- | /// | ٣ |
| ٨٠-٩٠ | // | ٢ |
| المجموع | | ٥٠ |

## ثانياً : العرض البياني للبيانات الإحصائية

يعد العرض البياني للبيانات من الوسائل البصرية التي تساعد على وصف البيانات من حيث شكل التوزيع ومدى تمركز البيانات ، وفي كثير من الأحيان يكون العرض البياني أسهل وأسرع في فهم الظاهرة قيد الدراسة واستيعابها ، وتختلف طرق العرض البياني تبعا لنوع البيانات المبوبة وطبيعتها في جدول التوزيع التكراري .

وفيما يأتي عرض موجز لأهم الإشكال البيانية التي يحتاجها الباحث :

### ١. المدرج التكراري Histogram

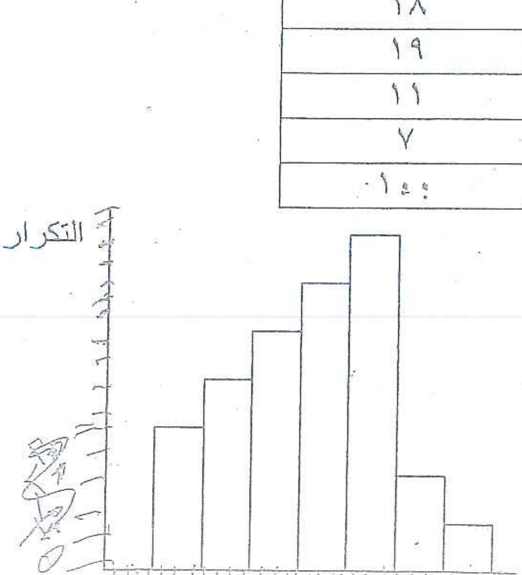
هو مجموعة من المستطيلات رأسية المتلاصقة أو المنفصلة ، يمثل ارتفاع كل منها تكرارا معينا لفئة معينة ، ورسم المدرج التكراري يتطلب الخطوات الآتية :

- رسم محورين متعامدين ، العمودي يمثل التكرارات والأفقي يمثل الفئات .
- تمثل كل فئة بعمود (مستطيل) ،ارتفاعة تكرار الفئة ، وعرض قاعدته طول الفئة .
- كل مستطيل يبدأ من حيث انتهى إليه مستطيل الفئة السابقة ، والشكل الآتي يمثل المدرج التكراري .

مثال /

| الفئات | التكرارات |
| --- | --- |
| ١٨-٢٢ | ١٣ |
| ٢٣-٢٧ | ١٥ |
| ٢٨-٣٢ | ١٧ |
| ٣٣-٣٧ | ١٨ |
| ٣٨-٤٢ | ١٩ |
| ٤٣-٤٧ | ١١ |
| ٤٨-٥٢ | ٧ |
| مج | ١٠٠ |

نرسم المدرج التكراري لهذا الجدول



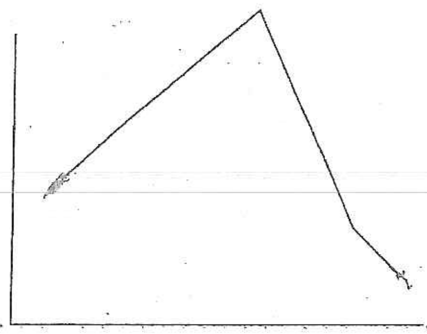
ملاحظة قانون مركز الفئة الحد الاول + الثاني تقسيم ٢.

## ٢. المضلع التكراري Frequency Polygon

هو عبارة عن خط منكسر يبدأ من مركز الفئة قبل التوزيع ماراً بالنقاط التي تتكون من مراكز الفئات والتكرارات وتنتهي بمركز الفئة بعد التوزيع ويتطلب ما يلي :

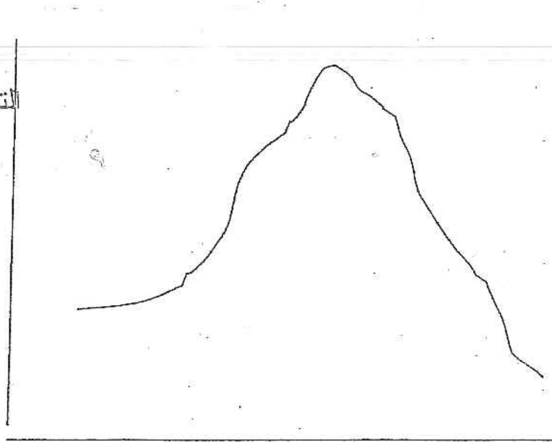
١. رسم محورين متعامدين ، يمثل المحور العمودي التكرارات والمحور الأفقي مراكز الفئات.

توصل الإحداثيات بخطوط مستقيمة مركز الفئات والتكرارات لنحصل على خط بياني منكسر يمثل المضلع التكراري .




## ٣. المنحني التكراري

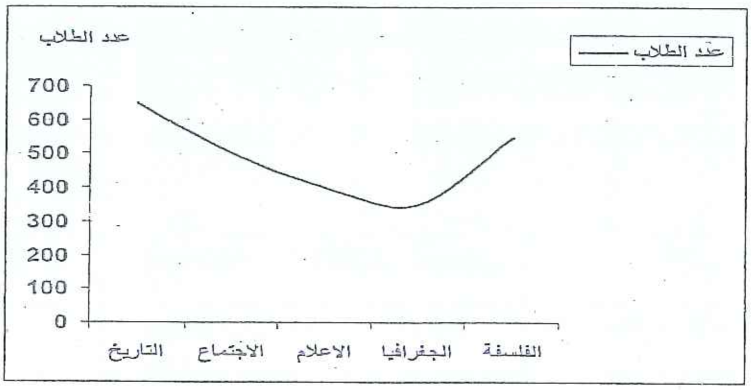
وفى هذه الطريقة يمثل محور (س) المتغير أما محور (ص) يمثل قيمة المتغير ، ويتم توقيع نقاط بين كل قيمة من قيم المتغير على محور السينات والقيمة المقابلة على محور الصادات بعد رصد النقاط كما في الطريقة السابقة نوصل كل نقطتين متتاليتين بمنحنى باليد .



**مثـال /** الجدول التـالي يوضح أعداد الطلاب ببعض أقسام كليـة الآداب جامعـة بغداد

والمطلوب عرض هذه البيانات باستخدام طريقة المنحنى البياني البسيطة؟

| القسم | التاريخ | الاجتماع | الإعلام | الجغرافيا | الفلسفة |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد الطلاب | ٦٥٠ | ٥٠٠ | ٤٠٠ | ٣٥٠ | ٥٥٠ |




## ٤. طريقة الدائرة البيانية The Pie Chart

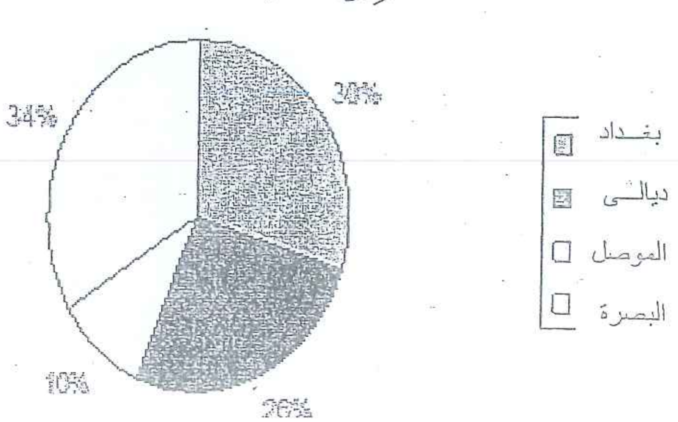
يستخدم هذا النوع من الرسم البياني للبيانات الوصفية لغرض المقارنة بين الأجزاء والكل إذ يتم توزيع مجموع زوايا الدائرة البالغة (٣٦٠°) حسب التكرار النسبي لمجموعات المتغير ويمكن تحديد مقدار الزاوية الخاصة أية مجموعة بتطبيق المعادلة التالية :

مقدار الزاوية = التكرار النسبي للمجموعة × ٣٦٠°

**مثال /** الجدول التكراري الآتي يبين توزيع عينة حجمها ٥٠٠ أسرة حسب المنطقة

| المنطقة | بغداد | ديالى | الموصل | البصرة | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد الأسر | ١٥٠ | ١٣٠ | ٥٠ | ١٧٠ | ٥٠٠ |
| التكرار النسبي | ٠,٣ | ٠,٢٦ | ٠,١٠ | ٠,٣٤ | ١,٠٠ |

توزيع الأسر حسب المنطقة



**مثال ٢ /** التوزيع التكراري الآتي يمثل مساحات قارات العالم بملايين الكيلومترات المربعة ، والمطلوب تمثيل هذه البيانات بدائرة البيانات .

| القطبية الجنوبية | استراليا | أمريكا الجنوبية | أمريكا الشمالية | أوربا | إفريقيا | أسيا | القارة |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٣ | ٨ | ١٨ | ٢٤ | ١٠ | ٣٠ | ٤٤ | المساحة |

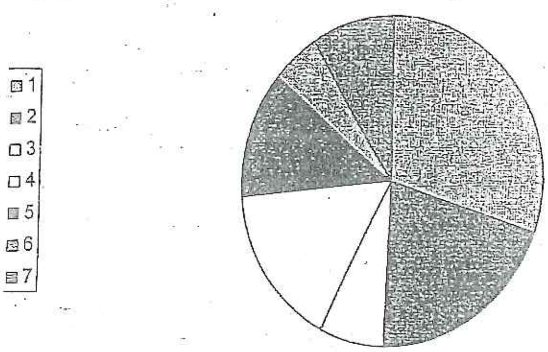
**الحل /**

١. تحديد مقدار الزاوية

| اسم القارة | المساحة | التكرار النسبي | مقدار الزاوية |
|---|---|---|---|
| أسيا | ٤٤ | ٠,٣٠ | ٠,٣٠ × ٣٦٠ = ١٠٨ |
| إفريقيا | ٣٠ | ٠,٢٠ | ٠,٢٠ × ٣٦٠ = ٧٢ |
| أوربا | ١٠ | ٠,٠٧ | ٠,٠٧ × ٣٦٠ = ٢٥.٢ |
| أمريكا الشمالية | ٢٤ | ٠,١٦٣ | ٠,١٦٣ × ٣٦٠ = ٥٨.٧ |
| أمريكا الجنوبية | ١٨ | ٠,١٢٢ | ٠,١٢٢ × ٣٦٠ = ١٩.٦ |
| استراليا | ٨ | ٠,٠٥٤ | ٠,٠٥٤ × ٣٦٠ = ١٩.٦ |
| القطبية الجنوبية | ١٣ | ٠,٠٩ | ٠,٠٩ × ٣٦٠ = ٣٢.٤ |
| المجموع | ١٤٧ | ١,٠٠ | ٣٦٠ |

ملاحظة التكرار النسبي = تكرار تلك الفئة / المجموع الكلي للتكرارات .

٢. نرسم الدائرة ونقسمها إلى سبعة أجزاء لكل قارة جزء يتناسب مع مقدار الزاوية المخصصة لها كما هو موضح في الشكل الآتي :



## ثالثا : المقاييس الإحصائية

### مقاييس النزعة المركزية Measures Of Central Tendency

إن الأسلوب البياني في تحليل ودراسة الظواهر لتحديد الخصائص والاتجاهات والعلاقات ، يعتمد في دقته على دقة التمثيل البياني نفسه وبذلك ربما تختلف الخصائص من رسم إلى آخر لنفس الظاهرة، وعليه فإنه من الأفضل اللجوء إلى طرق القياس الكمي، حيث يستخدم الباحث الطريقة الرياضية في القياس.

فالهدف الأساسي من استخدام مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت هو تلخيص البيانات في محاولة أخرى لوصفها عن طريق التعرف على مركزها ومقدار تشتت البيانات حول هذا المركز (درجة تجانس البيانات) ومن خلال هذين المؤشرين يتمكن الباحث من فهم أبعاد الظاهرة قيد الدراسة.

تعرف مقاييس النزعة المركزية بـ " ميل أو نزوع العلاقات أو أية قياسات لمجموعة من الأفراد إلى التمركز أو التجمع في الوسط " . أو هي تلك المقاييس التي تقيس مدى تجمع البيانات حول قيمة متوسطة في مركز البيانات وتتمثل مقاييس النزعة المركزية فيما يلي :

### أولا / الوسط الحسابي ( المتوسط )

يعرف المتوسط الحسابي بأنه حاصل جمع القيم مقسوماً على عددها . وهذا المقياس هو أكثر مقاييس النزعة المركزية شيوعاً في البحوث العلمية ، ويرمز له بالرمز ( $\overline{س}$ ) أو بالرمز ($X'$ ) ويقرا Xbar .

### أ. حساب الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة .

الوسط الحسابي : هو مجموع القيم مقسوما على عددها ، ويحسب المتوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة من العلاقة التالية : $\overline{س}$ = مج س/ ن

حيث :- $\overline{س}$ = الوسط الحسابي ، مجـ = مجموع ، س = القيمة ، ن = عدد الأفراد

**مثال ١** / احسب الوسط الحسابي لدرجات ٨ طلاب في مادة الإحصاء والتي كان بياناتهم كالتالي :

٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٨ ، ٩

**الحل** :

$$\bar{س} = \frac{٢+٣+٥+٦+٧+٨+٨+٩}{٨} = \frac{٤٨}{٨} = ٦ \text{ درجات}$$

هذا عندما تكون القيم مستقلة أما إذا كانت على شكل فئات فيتم حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة طبقا للخطوات التالية :

- ✓ يستخرج مركز كل فئة وهو القيمة المتوسطة بين طرفي الفئة (س).
- ✓ يضرب كل مركز فئة بعدد تكرارها (س × ك).
- ✓ يجمع ( حاصل ضرب كل مراكز الفئات بتكراراتها )
- ✓ يقسم المجموع ( الحاصل من الخطوة السابقة ) على مجموع التكرارات .
- ✓ ويحسب باستخدام المعادلة التالية:

$$\bar{س} = \frac{\text{مجـ}(س \times ك)}{\text{مجـ } ك}$$

حيث :-

$\bar{س}$ = الوسط الحسابي

مجـ = مجموع

س = مركز الفئة = ( بداية الفئة + بداية الفئة التالية ) / ٢

ك = التكرار

**مثال ١** :

الجدول التالي يوضح العلاقة بين فئات الدخل بأحد المصانع وعدد العمال والمطلوب من واقع بيانات الجدول حساب الوسط الحسابي بطريقة مراكز الفئات .

| فئات الدخل | ١٠٠- | ٢٠٠- | ٣٠٠- | ٤٠٠- | ٥٠٠- | ٦٠٠- | ٧٠٠-٨٠٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد العمال | ١٠ | ١٢ | ٢٠ | ٢٨ | ١٦ | ٨ | ٦ |

**الحل :**

نكون الجدول التالي :

| الفئات | التكرار | مركز الفئة س | س × ك |
|---|---|---|---|
| -١٠٠ | ١٠ | ١٥٠ | ١٥٠٠ |
| -٢٠٠ | ١٢ | ٢٥٠ | ٣٠٠٠ |
| -٣٠٠ | ٢٠ | ٣٥٠ | ٧٠٠٠ |
| -٤٠٠ | ٢٨ | ٤٥٠ | ١٢٦٠٠ |
| -٥٠٠ | ١٦ | ٥٥٠ | ٨٨٠٠ |
| -٦٠٠ | ٨ | ٦٥٠ | ٥٢٠٠ |
| ٧٠٠-٨٠٠ | ٦ | ٧٥٠ | ٤٥٠٠ |
| مج | ١٠٠ | مج | ٤٢٦٠٠ |

$$\bar{س} = \frac{٤٢٦٠٠}{١٠٠} = ٤٢٦$$

**مثال ٢** : نأخذ الجدول التكراري التالي

| الفئات | التكرار | مركز الفئة س | س × ك |
|---|---|---|---|
| ٢-٤ | ٧ | ٣ | ٢١ |
| ٥-٧ | ٥ | ٦ | ٣٠ |
| ٨-١٠ | ٣ | ٩ | ٢٧ |
| مج | ١٥ | | ٧٨ |

**الحل /**

المتوسط = ١٥/٧٨

= ٥٫٢

**مثال ٣ /** استخرج الوسط الحسابي لأطوال نباتات القطن من جدول التوزيع التكراري التالي :

| الفئات | التكرار |
|---|---|
| ٣١-٤٠ | ١ |
| ٤١-٥٠ | ٢ |
| ٥١-٦٠ | ٥ |
| ٦١-٧٠ | ١٥ |
| ٧١-٨٠ | ٢٥ |
| ٨١-٩٠ | ٢٠ |
| ٩١-١٠٠ | ١٢ |
| مج | ٨٠ |

**الحل /**

نكون عمود لمراكز الفئات (س) وعمود آخر ناتج من حاصل ضرب س في التكرارات ك (س ك) وكما مبين في الجدول التالي :

| الفئات | التكرار | س | س X ك |
|---|---|---|---|
| ٣١-٤٠ | ١ | ٣٥.٥ | ٣٥.٥ |
| ٤١-٥٠ | ٢ | ٤٥.٥ | ٩١.٠ |
| ٥١-٦٠ | ٥ | ٥٥.٥ | ٢٧٧.٥ |
| ٦١-٧٠ | ١٥ | ٦٥.٥ | ٩٨٢.٥ |
| ٧١-٨٠ | ٢٥ | ٧٥.٥ | ١٨٨٧.٥ |
| ٨١-٩٠ | ٢٠ | ٨٥.٥ | ١٧١٠.٠ |
| ٩١-١٠٠ | ١٢ | ٩٥.٥ | ١١٤٦.٠ |
| مج | ٨٠ | | ٦١٣٠.٠ |

$$\bar{س} = \frac{٦١٣٠.٠}{٨٠} = ٧٦.٦٢ \text{ سم}$$

## ثانياً / الوسط الحسابي المرجح Weighted Mean:

ويسمى متوسط المتوسطات ونحتاج لحسابه في حالات معينة مثلاً إذا كان لدينا ثلاثة شعب من الصف الأول المتوسط، وعرفنا متوسط أداء كل شعبة في مادة معينة ، وأردنا معرفة المتوسط العام لهذه الشعب فإن :

$م = م_{١} \times ن_{١} + م_{٢} \times ن_{٢} + م_{٣} \times ن_{٣} / ن_{١}+ن_{٢}+ن_{٣}$

حيث م : المتوسط العام ( المتوسط المرجح )

$ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ ، $ن_{٣}$ : عدد الأفراد في كل شعبة .

$م_{١}$ ، $م_{٢}$ ، $م_{٣}$ : متوسطات الشعب ( المجموعات ) .

**مثال :**

أعطي اختبار لثلاثة شعب في مادة الإحصاء وكانت نتائجه في الجدول أدناه ، احسب المتوسط المرجح لهذه الشعب.

| المجموعة | متوسط المجموعة | عدد أفراد المجموعة |
|---|---|---|
| ١ | ٢٥ | ٣٠ |
| ٢ | ٢٠ | ٣٥ |
| ٣ | ٢٨ | ٢٥ |

م = ٢٥ × ٣٠ + ٢٠ × ٣٥ + ٢٨ × ٢٥ / ٣٠ + ٣٥ + ٢٥

م = ٢١٥٠/ ٩٠

م = ٢٣.٨٨

## ثالثاً / الوسيط

هو القيمة التي تقع في منتصف القيم بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا في حالة البيانات الفردية أو هي قيمة الوسط الحسابي للقيمتين اللتين تتوسطان القيم في حالة البيانات الزوجية.

### خواص الوسيط

١. لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة كما في مثال ١ أدناه .

٢. الوسيط يتأثر بعدد القيم مثل ( اوجد الوسيط لقيم المشاهدات الآتية : ٧،١١،٥،٣٣،١٩،٤،٨ ) .

٣. يفضل استخدامه في حالة الفئات المفتوحة .

٤. مجموع الانحرافات المطلقة (بدون إشارة) لقيم المشاهدات عن وسيطها اقل من مجموع الانحرافات للقيم عن أية قيمة أخرى في حالة البيانات الغير مبوبة .

## ١. حساب الوسيط للبيانات غير المبوبة

يعتمد حساب الوسيط من البيانات الغير مبوبة على عدد تلك البيانات فهناك حالتان هما:

### (١) إذا كان عدد القيم فردي

يوجد رقم واحد يمثل الوسيط ويحسب ترتيبه من العلاقة بعد ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا ، الوسيط = ( ن+١) / ٢

**مثال١ / احسب الوسيط من البيانات التالية**

٢٠ ــ ١٢ ــ ١٥ ــ ١٠ ــ ٤٠ ــ ٨٠ ــ ٦١

**الحل :**

نرتب تصاعدي أولاً :

١٠ . . . ١٢ . . . ١٥ . . . $\boxed{٢٠}$ . . . ٤٠ . . . ٦١ . . . ٨٠

نحسب ترتيب الوسيط = ( ٧ + ١ ) / ٢ = ٤ ، ترتيب الوسيط هو الرابع .

الوسيط = ٢٠ .

**مثال ٢ / احسب الوسيط للقيم : ٦،٥،٤،٣،١١٢**

**الحل**

الترتيب التصاعدي للقيم (١١٢)$_{٥}$ & (٦)$_{٤}$ & (٥)$_{٣}$ & (٤)$_{٢}$ & (٣)$_{١}$

ن = ٥

الوسيط = ٥ + ١ / ٢

= ٣ اذن ترتيب الوسيط هو الثالث وهي القيمة (٥)

### (٢) إذا كان عدد القيم زوجي

يوجد رقمين يمثلان الوسيط ويحسب عن طريق إيجاد الوسط الحسابي لهما ويحسب ترتيبه من العلاقة : الوسيط = ( ن / ٢ ، ن / ٢ + ١ )

**مثال١** / احسب الوسيط من البيانات التالية :

١٥ – ١٢ – ١٥ – ١٤ – ١٨ – ٢٠ – ٣٣ – ٤٠

**الحل** :

نرتب تصاعدي أولاً :

١٢   ١٤   ١٥   ١٥   ١٨   ٢٠   ٣٣   ٤٠

نحسب ترتيب الوسيط = (٨/٢ ، ٨/٢ + ١) = (٤ ، ٥) ، ترتيب الوسيط الرابع والخامس وقيمة الوسيط متوسط القيمتين اللتان ترتيبهما الرابع والخامس .

الوسيط = ( ١٥ + ١٨ ) / ٢ = ١٦.٥ .

**مثال ٢**/ احسب الوسيط للقيم : ٧،١،٣،٨،٦،٥

**الحل**

الترتيب التصاعدي للقيم $(٨)_{٦}$ & $(٧)_{٥}$ & $(٦)_{٤}$ & $(٥)_{٣}$ & $(٣)_{٢}$ & $(١)_{١}$

ن = ٦

الوسيط = ٦/ ٢ و ٦/٢ + ١

= ٣ و ٤ إذن ترتيب الوسيط هو الثالث والرابع وهي القيمتان (٥ ، ٦)

الوسيط = ٥+٦ / ٢

= ٥٫٥

## ٢. حساب الوسيط للبيانات المبوبة

الوسيط هو القيمة المقابلة لنصف مجموع التكرارات ، لذلك رتبة الوسيط = مج ن / ٢ .

يجب حساب الوسيط من احد الجدولين التكراريين المتجمعين الصاعد أو النازل .

### A- حساب الوسيط من الجدول التكراري المتجمع الصاعد

الوسيط = الحد الأدنى لفئة الوسيط + ( ترتيب الوسيط – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط / التكرار الأصلي لفئة الوسيط ) × طول الفئة

**مثال١** / الجدول التالي يمثل الأجر الأسبوعي للعامل بالدينار في مائتين محل ببغداد

| الفئات | ٥- | ١٥- | ٢٥- | ٣٥- | ٤٥-٥٥ | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٣٠ | ٢٠ | ٦٠ | ٥٠ | ٤٠ | ٢٠٠ |

المطلوب/ حساب متوسط الأجر الأسبوعي للعامل باستخدام الوسيط

| الفئات | التكرار | حدود دنيا للفئات | تكرار متجمع صاعد |
|---|---|---|---|
| ٥-١٥ | ٣٠ | اقل من ١٥ | + ٣٠ |
| ١٥-٢٥ | ٢٠ | اقل من ٢٥ | ٥٠ |
| ٢٥-٣٥ | ٦٠ | اقل من٣٥ | ١١٠ |
| ٣٥-٤٥ | ٥٠ | اقل من٣٤ | ١٦٠ |
| ٤٥-٥٥ | ٤٠ | اقل من٥٥ | ٢٠٠ |
| المجموع | ٢٠٠ | | |

**الحل:**

رتبة الوسيط = مج التكرارات / ٢

٢٠٠/٢ = ١٠٠

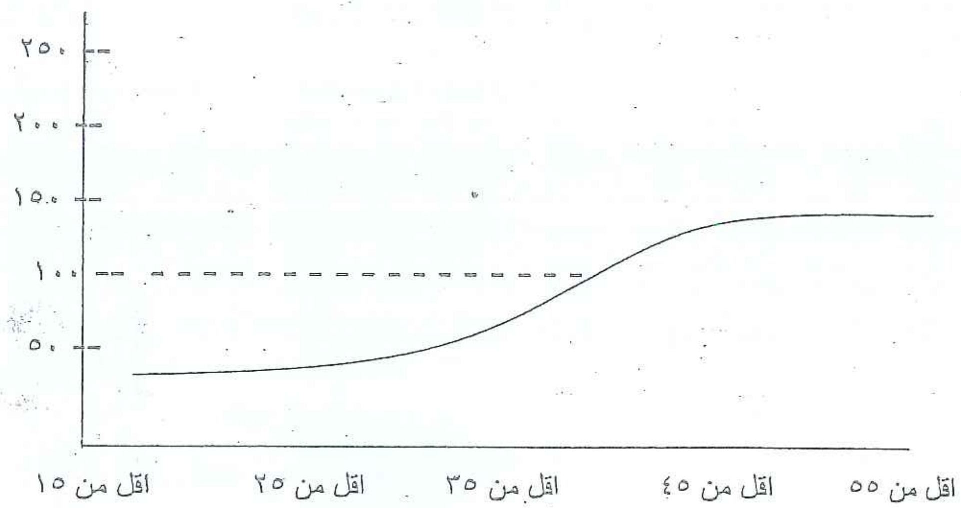
الوسيط = الحد الأدنى لفئة الوسيط + ( رتبة الوسيط – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط / التكرار الأصلي لفئة الوسيط ) × طول الفئة

و = ١٥ + ١٠ ( ١٠٠ - ٥٠ / ٢٠ )

و = ١٥ + ١٠(٢٠/٥٠)

و = ١٥ + ٢٥

و = ٤٠




**مثال ٢ / الجدول التالي يوضح العلاقة بين فئات الدخل بأحد المصانع وعدد العمال والمطلوب من واقع بيانات الجدول حساب الوسيط باستخدام جدول التكرار المتجمع الصاعد .**

| فئات الدخل | ٢٠- | ٣٠- | ٤٠- | ٥٠- | ٦٠-٧٠ |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد العمال | ٢٠ | ٤٠ | ١٠٠ | ٣٠ | ١٠ |

**الحل :**

نكون الجدول التالي :

| | الفئات | التكرار | حدود دنيا لفئات | ك م ص | |
|---|---|---|---|---|---|
| | ٢٠-٣٠ | ٢٠ | أقل من ٣٠ | ٢٠ | |
| الحد الأدنى | ٣٠-٤٠ | ٤٠ | أقل من ٤٠ | ٦٠ | ك م ص السابق |
| الحد الأعلى | ٤٠-٥٠ | ١٠٠ | أقل من ٥٠ | ١٦٠ | ك م ص اللاحق |
| | ٥٠-٦٠ | ٣٠ | أقل من ٦٠ | ١٩٠ | |
| | ٦٠-٧٠ | ١٠ | أقل من ٧٠ | ٢٠٠ | |
| | مج | ٢٠٠ | | | |

ثم نحسب ترتيب الوسيط = مج التكرارات / ٢

= ٢/٢٠٠ = ١٠٠

ثم نبحث داخل عمود ( ك م ص ) عن القيمتين التي ينحصر بينهما ترتيب الوسيط فنجد أن قيمة ترتيب الوسيط = ١٠٠ محصورة بين ( ٦٠ – ١٦٠ ) .

**الوسيط = الحد الأدنى لفئة الوسيط + ( رتبة الوسيط – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط / التكرار الأصلي لفئة الوسيط ) × طول الفئة**

$$\text{الوسيط} = ٤٠ + \frac{١٠٠ - ٦٠}{٤٠} \times ١٠$$

$$= ٤٠ + \frac{٤٠}{٤٠} \times ١٠$$

$$= ٤٠ + ١٠$$

$$= ٥٠$$

## رابعا / المنـــــوال

هو تلك القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها من بين القيم المعطاة ، ويعد المنوال أبسط مقاييس النزعة المركزية.

### خصائص المنوال

١- يتميز المنوال بسهولة حسابه .

٢- لا يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات .

٣. لا يتأثر بالجداول المفتوحة .

## ١. حساب المنوال للبيانات غير المبوبة :

-في حالة تكرار رقم واحد يتم اختياره كمنوال أما في حالة تكرار رقمين بنفس عدد مرات التكرار يتم اختيارهما معاً كمنوال أما إذا زاد أحدهما عن الآخر يتم اختيار ذو التكرار الأكبر وفى حالة عدم تكرار أي رقم يكون المنوال قيمته لاشيء أو لا يوجد منوال .

**مثال ١ : احسب المنوال في كل من الحالات التالية :-**

٧ – ٨ – ٩ – ٨ – ١٠ – ٨ - ١٢ المنوال = ٨

١٥ – ١٦ – ١٥ – ٢٠ – ١٦ – ٣٠ المنوال = ١٥ ، ١٦

٢٠ – ٣٠ – ٤٠ – ١٤٠ – ٥٠ –٦٠ المنوال = لا يوجد

**ملاحظة /**

المنوال هو اقل مقاييس النزعة المركزية تأثراً بالقيم الشاذة ولا يمكن اعتبار المنوال مقياسا للنزعة المركزية إن لم يكن هناك قيم متكررة .

## ٢. حساب المنوال للبيانات المبوبة

المنوال هو القيمة المقابلة لأكبر تكرار ، والتي تنمي للفئة التي لها اكبر تكرار (الفئة المنوالية ) على ذلك فان المنوال يقع في الفئة المنوالية تحت تأثير التكرارين السابق واللاحق للفئة المنوالية .

### اولاً : طريقة إيجاد المنوال باستخدام طريقة رافعة كينج .

١. نحدد الفئة المنوالية والتي تقابل اكبر تكرار .

٢. نطبق القانون التالي :

$$\text{المنوال} = أ + \frac{ك_1}{ك_1 + ك_2} \times ل$$

حيث:

أ = الحد الأدنى للفئة المنوالية والمقصود بدايتها .

ك١ = تكرار الفئة التي تسبق الفئة المنوالية

ك٢ = تكرار الفئة التي تلي الفئة المنوالية

ل = طول الفئة

**مثال :**

أوجد المنوال من الجدول التالي :

| فئات الدخل | ١٠- | ٢٠- | ٣٠- | ٤٠- | ٥٠- | ٦٠- | ٧٠-٨٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد العمال | ٥ | ١٢ | ٢٢ | ٣٨ | ٢٢ | ١٢ | ٥ |

**الحل :**

| | ف | ك | |
|---|---|---|---|
| | ١٠- | ٥ | |
| | ٢٠- | ١٢ | |
| | ٣٠- | ٢٢ | ك١ |
| أ | ٤٠- | ٣٨ | |
| | ٥٠- | ٢٢ | ك٢ |
| | ٦٠- | ١٢ | |
| | ٧٠-٨٠ | ٥ | |

ثم نحدد الفئة المنوالية من خلال أكبر رقم في عمود التكرار ثم نحدد الحد الأدنى لهذه الفئة وهو بدايتها أ = ٤٠ ، ثم نحدد (ك١ ، ك٢) .

ك١ = ٢٢

ك٢ = ٢٢

نحسب ل = ١٠

المنوال = ٤٠ + ( $\frac{٢٢}{٢٢ + ٢٢}$ × ١٠ )

المنوال = ٤٠ + ٥ = ٤٥

## ثانيا : المنوال بيانيا باستخدام طريقة الفروق لبيرسون .

**مثال :**

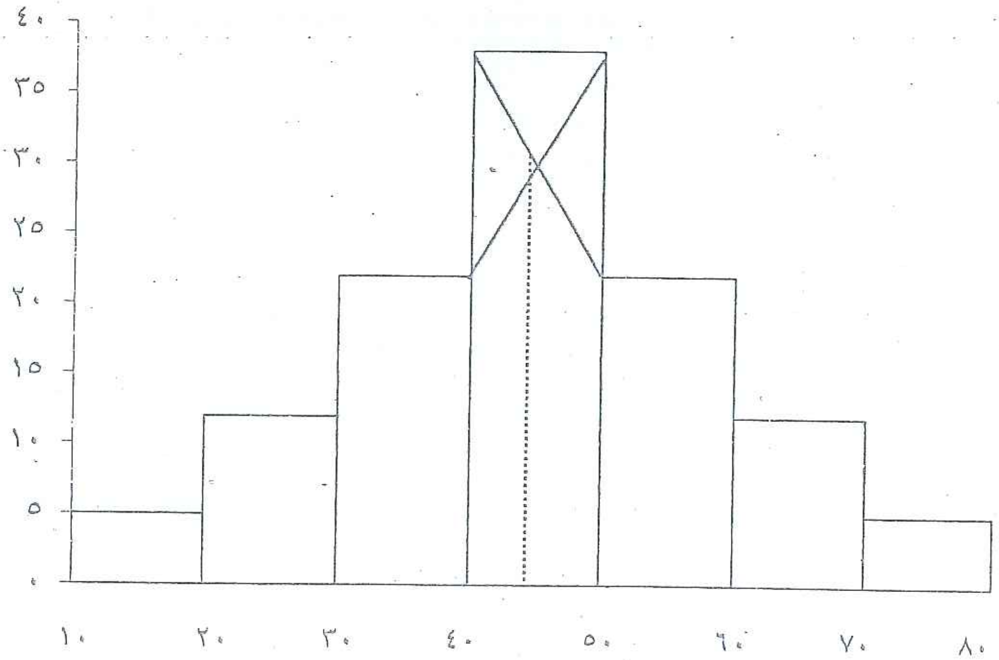
أوجد المنوال بيانياً باستخدام طريقة الفروق لبيرسون من الجدول التالي :

| فئات الدخل | ١٠- | ٢٠- | ٣٠- | ٤٠- | ٥٠- | ٦٠- | ٧٠-٨٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد العمال | ٥ | ١٢ | ٢٢ | ٣٨ | ٢٢ | ١٢ | ٥ |

**الحل :**

نرسم الجدول السابق بالشكل التالي ثم نبحث عن أطول عمود ونوصل حافتيه بحافتي العمود السابق والتالي فنحصل على تقاطع هو المنوال .

المنوال = ٤٥



## ثالثا : طريقة إيجاد البيانات للفئة المبوبة

نحدد الفئة المنوالية والتي تقابل اكبر تكرار ونطبق القانون التالي :

المنوال = أ + $( D_1 + D_2 / D_1 ) \times$ ل

حيث أن :

أ = الحد الأدنى الفعلي للفئة المنوالية .

$D_1$ = تمثل الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة قبل المنوالية .

$D_2$ = تمثل الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة بعد المنوالية .

ل = طول الفئة .

**مثال /**

| الفئات | التكرارات |
|---|---|
| ٦٠-٦٩ | ٦ |
| ٧٠-٧٩ | ١٢ |
| ٨٠-٨٩ | ٤٧ |
| ٩٠-٩٩ | ٢٥ |
| ١٠٠-١٠٩ | ١٠ |
| مج | ١٠٠ |

المنوال = أ + $( D_1 + D_2 / D_1 ) \times$ ل

الفئة المنوالية أ = ٨٠ ، $D_1$ = ٤٧-١٢ = ٣٥ ، $D_2$ = ٤٧-٢٥ = ٢٢

= ٨٠ + (٣٥/ ٥٧) × ٩

= ٨٠ + ٥٫٥٢

= ٨٥٫٥٢

**أمثلة /١. في حالة البيانات غير المبوبة**

**مثال / من البيانات الآتية احسب** : ٧ ، ١٣ ، ٣ ، ٨ ، ١٠ ، ٤ ، ٩، ٥ ، ٦ ، ٧.

١) الوسط الحسابي .

٢) الوسيط .

٣) المنوال .

**الحل /**

**١. الوسط الحسابي = مجموع القيم / عددها**

= ٧ + ١٣ + ٣ + ٨ + ١٠ + ٤ + ٩ + ٥+ ٦ +٧ / ١٠

= ٧٢/١٠

= ٧٫٢

**٢. الوسيط**

نرتب القيم ترتيبا تصاعديا

| القيم | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١٣ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الترتيب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |

بما أن عدد القيم زوجي فيجب إيجاد موقع ترتيب القيمة الاولى باستخدام ن/٢ ( ١٠/٢ = ٥) وموقع القيمة الثانية ن+١/٢ ( ١٠+١/٢ = ٥٫٥) أي أن الوسيط هنا هو متوسط القيمتين الخامسة والسادسة بحيث أن الوسيط = ٧+٧ / ٢ = ٧

**٣. المنوال**

من البيانات المبينة أعلاه نلاحظ أن القيمة الأكثر تكرارا هي القيمة ٧

اذن المنوال = ٧

## امثلة / ٢. في حالة البيانات غير المبوبة

## مثال / احسب من الجدول التكراري الآتي قيمة كل من :

١. الوسط الحسابي

٢. الوسيط .

٣. المنوال

| الفئات | التكرارات ك | مركز الفئة س | س ك |
|---|---|---|---|
| ١٠-١٤ | ٢ | ١٠+١٤/٢=١٢ | ٢٤ |
| ١٥-١٩ | ٣ | ١٧ | ٥١ |
| ٢٠-٢٤ | ٣ | ٢٢ | ٦٦ |
| ٢٥-٢٩ | ٤ | ٢٧ | ١٠٨ |
| ٣٠-٣٤ | ٣ | ٣٢ | ٩٦ |
| ٣٥-٣٩ | ٣ | ٣٧ | ١١١ |
| ٤٠-٤٤ | ٢ | ٤٢ | ٨٤ |
| | ٢٠ | | ٥٤٠ |

**الحل /**

١. الوسط الحسابي = مج ك / ن

= ٥٤٠ / ٢٠

= ٢٧

٢. الوسيط

| الفئات | ك | حدود دنيا للفئات | ك م ص | حدود عليا للفئات | ك م ن |
|---|---|---|---|---|---|
| ١٠-١٤ | ٢ | اقل من ١٤ | ٢ | أكثر من ١٠ | ٢٠ |
| ١٥-١٩ | ٣ | اقل من ١٩ | ٥ | اكثر من ١٥ | ١٨ |
| ٢٠-٢٤ | ٣ | اقل من ٢٤ | ٨ | اكثر من ٢٠ | ١٥ |
| ٢٥-٢٩ | ٤ | اقل من ٢٩ | ١٢ | اكثر من ٢٥ | ١٢ |
| ٣٠-٣٤ | ٣ | اقل من ٣٤ | ١٥ | اكثر من ٣٠ | ٨ |
| ٣٥-٣٩ | ٣ | اقل من ٣٩ | ١٨ | اكثر من ٣٥ | ٥ |
| ٤٠-٤٤ | ٢ | اقل من ٤٤ | ٢٠ | اكثر من ٤٠ | ٢ |
| | ٢٠ | | | | |

الوسيط (في حالة المتجمع الصاعد) = الحد الأدنى لفئة الوسيط + ( رتبة الوسيط – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط / التكرار الأصلي لفئة الوسيط ) × طول الفئة

و = ٢٥ + ( ١٠ – ٨ / ٤ ) × ٤

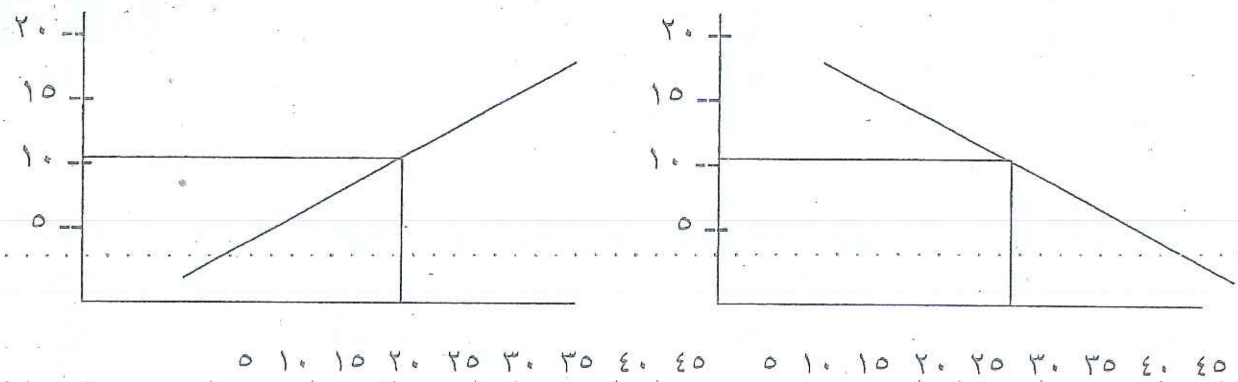
و = ٢٥ + ٢ = ٢٧

أما في حالة التكرار المتجمع النازل

و= ٢٩ + (١٠- ١٢ / ٤) × ٤

و = ٢٩ + - ٨ / ٤

و= ٢٩ - ٢ = ٢٧




قيمة الوسيط بيانيا من التكرار المتجمع الصاعد أو النازل

٣. المنوال

| الفئات | التكرارات ك |
|---|---|
| ١٠-١٤ | ٢ |
| ١٥-١٩ | ٣ |
| ٢٠-٢٤ | ٣ |
| ٢٥-٢٩ | ٤ |
| ٣٠-٣٤ | ٣ |
| ٣٥-٣٩ | ٣ |
| ٤٠-٤٤ | ٢ |
| | ٢٠ |

٤- ٣ التكرار السابق

الفئة المنوالية

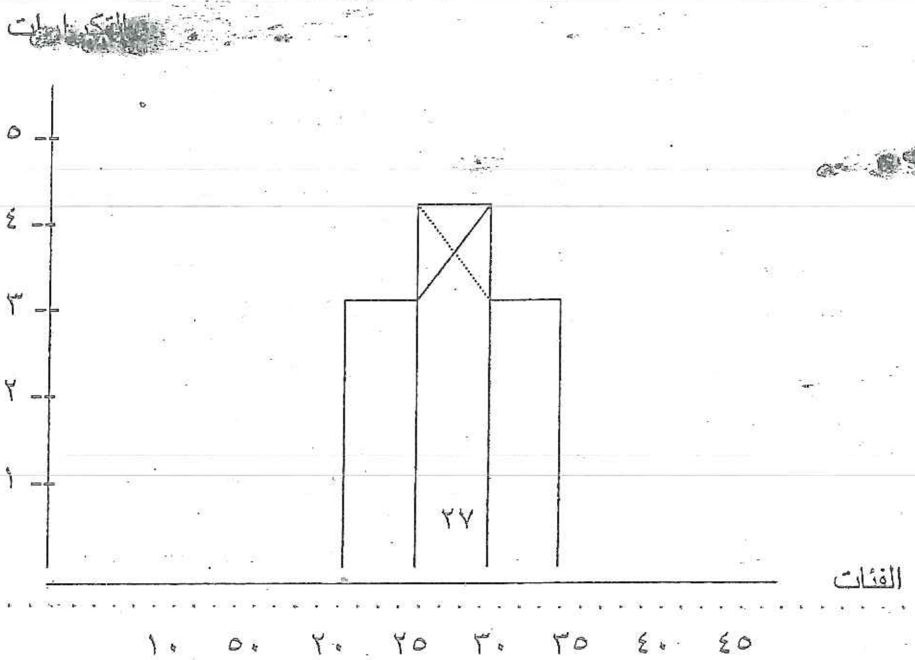
٤- ٣ التكرار اللاحق

المنوال = الحد الأدنى الفعلي للفئة المنوالية + $(D_1 + D_2 / D_1)$ × طول الفئة

المنوال = ٢٥ + ( ١ / ١+١ ) × ٤

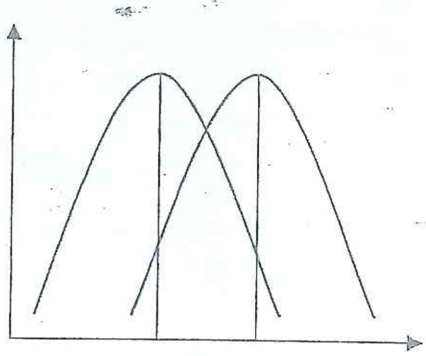
= ٢٥ + ٢ = ٢٧

ويمكن تمثيل قيمة المنوال بيانيا كما يلي :

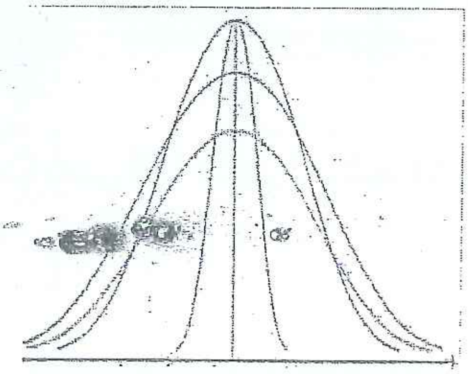


# مقاييـــس التشتـــت

هي تلك المقاييس التي تمثل تشتت التوزيع حول بعضها البعض أو حول القيمة المتوسطة أو بمعنى آخر تقيس مدى تباعد البيانات وتشتتها حول المتوسط . إذ أن مقاييس النزعة المركزية غير كافية لوصف البيانات من حيث تفاوت البيانات عن وسطها (تشتتها) فالحاجة استدعت مقاييس أخرى تعرف بمقاييس التشتت .



اختلاف النزعة المركزية ودرجات تشتت متشابهة



اختلاف التشتت وتساوي في النزعة المركزية

## أنواع مقاييس التشتت

١. مقاييس التشتت المطلقة وتشمل ( المدى ، الانحراف المعياري ، الانحراف الربيعي والمتوسط ).

٢. مقاييس التشتت النسبية وتشمل ( المدى النسبي ، الانحراف المعياري النسبي ، الانحراف الربيعي النسبي ، الانحراف المتوسط النسبي ، معامل الاختلاف ) .

٣. مقاييس شكل التوزيع ويشمل ( مقاييس الالتواء ، مقاييس التفرطح ) .

### أولا : مقاييس التشتت المطلقة

١. **المدى** / هو الفرق بين اكبر قيمة واقل قيمة حيث أن

### أولا : حساب المدى للبيانات غير المبوبة .

**مثال١** : احسب المدى للبيانات التالية :

٣٥ ، ٢٠ ، ١٢ ، ٦ ، ١٧ ، ٨ ، ٥

**الحل** /المدى = ٣٥ - ٥ = ٣٠

## ثانيا : حساب المدى للبيانات المبوبة .

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

**مثال ١/** احسب المدى من التوزيع التكراري الآتي :

| الفئات | ١٦- | ٢٠- | ٢٤- | ٢٨- | ٣٢-٣٦ |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد المبحوثين | ١٠ | ١٥ | ٤٠ | ٢٠ | ١٥ |

**الحل** :

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

المدى = ٣٦ – ١٦ = ٢٠

### ٢ . الانحراف المعياري

يعد هذا المقياس من أهم مقاييس التشتت وأكثرها شيوعا واستخداما ولا سيما انه يدخل في كثير من المقاييس الإحصائية الأخرى .

والانحراف المعياري هو الجذر ألتربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ويرمز لهل بـ ( ع ) ويمكن حسابه على وفق الخطوات التالية :

- استخراج الوسط الحسابي .
- إيجاد انحرافات القيم عن وسطها الحسابي .
- تربيع الانحرافات .

جمع مربعات الانحرافات وإيجاد متوسطها ثم نجذرها للحصول على الانحراف المعياري

.والانحراف المعياري للبيانات المبوبة وغير المبوبة يحسب على وفق الصيغة التالية :

الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{مج}\,(\text{س}-\bar{\text{س}})^{2} / \text{ن}}$

## أولا : حساب الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة

**مثال /** اوجد الانحراف المعياري للقيم الآتية :

٣٠،٣٣،٣٥،٣٧،٤٠

**الحل :**

- نحسب سَ = ٣٠+٣٣+٣٥+٣٧+٤٠ / ٥

= ١٧٥ / ٥

= ٣٥

- نكون الجدول التالي

| القيم | الانحرافات حول الوسط | مربع الانحرافات حول الوسط |
|---|---|---|
| ٣٠ | ٥- | ٢٥ |
| ٣٣ | ٢- | ٤ |
| ٣٥ | ٠ | ٠ |
| ٣٧ | ٢ | ٤ |
| ٤٠ | ٥ | ٢٥ |
| مج | ٠ | ٠ |

فيكون الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{مج (س-سَ)}^{2} / \text{ن}}$

= $\sqrt{٥/٥٨}$ = $\sqrt{١١٫٦}$

ع = ٣٫٤ التباين ع $^{٢}$ = ١١٫٥٦

## ثانيا : حساب الانحراف المعياري للبيانات المبوبة

**مثا ل/** احسب الانحراف المعياري من جدول التوزيع التكراري الآتي :

| الفئات | التكرارات ك | س | س $^{٢}$ | سXك | (س ك) $^{٢}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ٢-٤ | ٤ | ٣ | ٩ | ١٢ | ٣٦ |
| ٤-٦ | ٧ | ٥ | ٢٥ | ٣٥ | ١٧٥ |
| ٦-٨ | ٣ | ٧ | ٤٩ | ٢١ | ١٤٧ |
| ٨-١٠ | ٦ | ٩ | ٨١ | ٥٤ | ٤٨٦ |
| ١٠-١٢ | ٤ | ١١ | ١٢١ | ٤٤ | ٤٨٤ |
| مج | ٢٤ | | | ١٦٦ | ١٣٢٨ |

الانحراف المعياري = $\sqrt{\dfrac{\text{مج ( س ك)}^{٢} - \text{مج (س ك)}^{٢} \text{ / مج ك}}{\text{مج ك -١}}}$

ع = $\sqrt{\dfrac{١٣٢٨ - (١٦٦)^{٢} / ٢٤}{٢٣}}$

ع = $\sqrt{\dfrac{١٣٢٨ - ٢٤/٢٧٥٥٦}{٢٣}}$

ع = $\sqrt{٢٣ / ١٨٠}$ = $\sqrt{٧,٨٢٦}$ = ٢,٧٩

## ٤. التبــــــاين

ويعرف بأنه مجموعة مربعات انحراف القيم مقسوما على عددها ويرمز له بالرمز ($ع^{٢}$)

### حساب التباين للبيانات غير المبوبة

**مثال** / جد التباين من البيانات الآتية : ٧،٨،٩،٥،٦،٤

**الحل** /

| مركز الفئة س | س - سَ | $(\text{س - سَ})^{٢}$ |
|---|---|---|
| ٤ | - 2,5 | ٦,٢٥ |
| ٦ | -٠,٥ | ٠,٢٥ |
| ٥ | -١,٥ | ٢,٢٥ |
| ٩ | ٢,٥ | ٦,٢٥ |
| ٨ | ١,٥ | ٢,٢٥ |
| ٧ | ٠,٥ | ٠,٢٥ |
| مج ٣٩ | | ١٧,٥ |

سَ = مج س / ن

= ٣٩/ ٦

= ٦,٥

التباين = مج ( س - سَ) / ن-١

= ١٧,٥ / ٥ = ٣,٥

## حساب التباين للبيانات المبوبة

**مثال /** جد التباين من التوزيع التكراري الآتي

| الفئات | التكرارات |
|---|---|
| ٤-٨ | ٣ |
| ٨-١٢ | ٢ |
| ١٢-١٦ | ١ |
| ١٦-٢٠ | ٤ |
| ٢٠-٢٤ | ٢ |

**الحل /**

| الفئات | التكرار ك | مركز الفئة س | س ك | س - سَ | ( س - سَ )٢ | ( س - سَ )٢ ك |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ٤-٨ | ٣ | ٦ | ١٨ | ٨- | ٦٤ | ١٩٢ |
| ٨-١٢ | ٢ | ١٠ | ٢٠ | ٤- | ١٦ | ٣٢ |
| ١٢-١٦ | ١ | ١٤ | ١٤ | ٠ | ٠ | ٠ |
| ١٦-٢٠ | ٤ | ١٨ | ٧٢ | ٤ | ١٦ | ٦٤ |
| ٢٠-٢٤ | ٢ | ٢٢ | ٤٤ | ٨ | ٦٤ | ١٢٨ |
| مج | ١٢ | | ١٦٨ | | ١٦٠ | ٤١٦ |

الوسط الحسابي = مج س ك / مج ك

= ١٦٨ / ١٢

= ١٤

التباين = مج ( س - سَ )٢ ك / ن-١

= ٤١٦/ ١١

= ٣٧٫٨

## - التباين والانحراف المعياري

يرمز للتباين بالرمز ع٢

بينما يرمز للانحراف المعياري بالرمز ع

أي أنه إذا تم حساب أحدهما فيمكن حساب الآخر لأن الانحراف المعياري هو جذر التباين.

باستخدام القانون العام من الدرجات الخام كالتالي

$$ع^2 = \frac{مجـ\ س^2}{ن} - \left(\frac{مجـ\ س^2}{ن}\right)$$

**مثال ١** / احسب التباين والانحراف المعياري للقيم التالية ومنه احسب الانحراف المعياري لكل من المتغيرين س ، ص على حده.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| س | ٢٣ | ٢١ | ١٩ | ١٩ | ١٨ |
| ص | ١٩ | ١٩ | ١٨ | ١٤ | ١٥ |

**الحل** :

نكون الجدول التالي :

| س | س٢ | ص | ص٢ |
|---|---|---|---|
| ٢٣ | ٥٢٩ | ١٩ | ٣٦١ |
| ٢١ | ٤٤١ | ١٩ | ٣٦١ |
| ١٩ | ٣٦١ | ١٨ | ٣٢٤ |
| ١٩ | ٣٦١ | ١٤ | ١٩٦ |
| ١٨ | ٣١٤ | ١٥ | ٢٢٥ |
| ١٠٠ | ٢٠١٦ | ٨٥ | ١٤٦٧ |

ثم نعوض في القانون العام لحساب التباين :

بالنسبة للمتغير (س)

$$ع^2_{س} = \frac{مجـ\ س^2}{ن} - \left(\frac{مجـ\ س^2}{ن}\right)$$

$$\text{ع}^{2}_{\text{س}} = \frac{٢٠١٦}{٥} - \left(\frac{١٠٠}{٥}\right)^{2} = ٣٫٢$$

وبالتالي فان قيمة تباين المتغير س = $\text{ع}^{2}$ = ٣٫٢

ومنها فان قيمة الانحراف المعياري = جذر التباين

$$\text{ع} = \sqrt{٣٫٢} = ١٫٧٨$$

**بالنسبة للمتغير (ص)**

$$\text{ع}^{2}_{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}^{2}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}}\right)^{2}$$

$$\text{ع}^{2}_{\text{س}} = \left(\frac{١٤٦٧}{٥}\right) - \left(\frac{٨٥}{٥}\right)^{2} = ٤٫٤$$

وبالتالي فان قيمة تباين المتغير ص = $\text{ع}^{2}$ = ٤٫٤

ومنها فان قيمة الانحراف المعياري = جذر التباين

$$\text{ع} = \sqrt{٤٫٤} = ٢٫١$$

# العلاقـــات الإحصائيـــة

## الارتبـــــــاط

هو علاقة بين متغيرين يمثل كل منها ظاهرة معينة بحيث إذا تغير احدهما في اتجاه معين (بالزيادة أو النقصان) تغير الأخر بالاتجاه نفسه ، عندئذ يقال : أن الارتباط فيما بينهما ارتباط موجب أو طردي .

أما إذا حدث التغير في الاتجاه المعاكس ، أي إذا حصلت الزيادة في المتغير الأول يقابلها نقص في المتغير الثاني أو بالعكس ، عندئذ يقال : أن الارتباط فيما بينهما ارتباط سالب أو عكسي .

بالطبع عرفنا أن قيمة معامل الارتباط محصورة في الفترة المغلقة [-١ ، ١ ] وتتحدد نوعية الارتباط من الجدول التالي :

| قيمة معامل الارتباط | نوع الارتباط |
|---|---|
| +١ | ارتباط طردي تام |
| من ٧ر٠ إلى أقل من +١ | ارتباط طردي قوى |
| من ٤ر٠ إلى أقل من ٧ر٠ | ارتباط طردي متوسط |
| من صفر إلى أقل من ٤ر٠ | ارتباط طردي ضعيف |
| صفر | الارتباط منعدم |
| -١ | ارتباط عكسي تام |
| من -٧ر٠ إلى أقل من -١ | ارتباط عكسي قوى |
| من -٤ر٠ إلى أقل من -٧ر٠ | ارتباط عكسي متوسط |
| من صفر إلى أقل من -٤ر٠ | ارتباط عكسي ضعيف |

## أنواع مقاييس الارتباط

أن الارتباط الذي يمثل الظواهر التي يمكن قياسها والتعبير عنها بشكل كمي ( عددي ) يمكن تقسيمه إلى ثلاث أنواع تبعا لعدد المتغيرات التي يتضمنها وهي :

## أولا : معامل الارتباط الخطي البسيط ( معامل بيرسـون Pearson )

وهو المقياس الذي يعتمد على القيم الأصلية مباشرة ، ويعد معامل الارتباط لبيرسون من أقوى مقاييس الارتباط ويستخدم لقياس الارتباط في كثير من المجالات التطبيقية كالعلاقة بين الإنتاج والكلفة ، الاستهلاك والدخل ، الطول والوزن ، الإنتاج الزراعي والمطر ، المرض والعلاج وغيرها . ويشترط تساوي عدد حالات كلاً من المتغيرين ، ويمكن حساب معامل الارتباط لبيرسون باستخدام صيغة بيرسون الآتية :

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ (س ص)} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}] \times [\text{ن مجـ ص}^{2} - (\text{مجـ ص})^{2}]}}$$

**مثال ١ /** الجدول التالي يوضح درجات مجموعة من الطلاب في اختبار تم إجراؤه على نفس الطلاب مرتين متتاليتين والمطلوب حساب قيمة معامل الارتباط لبيرسون بين درجات الاختبارين ؟

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| درجة الاختبار الأول | ٣ | ٥ | ٩ | ٨ | ٢ |
| درجة الاختبار الأول | ٤ | ٦ | ٧ | ٤ | ٣ |

**الحل :**

نفترض أن درجات الاختبار الأول هي "س" ودرجات الاختبار الثاني هي "ص" ثم نكون الجدول التالي :

| قيم س | قيم ص | س×ص | $\text{س}^{2}$ | $\text{ص}^{2}$ |
|---|---|---|---|---|
| ٣ | ٤ | ١٢ | ٩ | ١٦ |
| ٥ | ٦ | ٣٠ | ٢٥ | ٣٦ |
| ٩ | ٧ | ٦٣ | ٨١ | ٤٩ |
| ٨ | ٤ | ٣٢ | ٦٤ | ١٦ |
| ٢ | ٣ | ٦ | ٤ | ٩ |
| ٢٧ | ٢٤ | ١٤٣ | ١٨٣ | ١٢٦ |

حساب معامل الارتباط لبيرسون :

$$ر = \frac{\text{ن مجـ (س×ص)} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}] \times [\text{ن مجـ ص}^{2} - (\text{مجـ ص})^{2}]}}$$

$$ر = \frac{٥ \times ١٤٣ - ٢٧ \times ٢٤}{\sqrt{[٥ \times ١٨٣ - (٢٧)^{٢}] \times [٥ \times ١٢٦ - (٢٤)^{٢}]}}$$

ر = ٦٦٨ر٠

تحديد نوع الارتباط : ارتباط طردي متوسط .

**خصائص معامل الارتباط :**

أن قيمة الارتباط البسيط تتراوح بين ( + ١ ، -١ ) أي أن إذا وجدنا قيمة معامل الارتباط اصغر أو اكبر من هذه الحدود فان ذلك يدل على أن هناك خطأ حسابي قد ارتكب وفيما يلي توضيح لقيم معامل الارتباط الممكنة .

+١ ٥ر٠ صفر -٥ر٠ -١

ارتباط قوي ارتباط ضعيف ارتباط ضعيف ارتباط قوي

منطقة ارتباط موجب منطقة ارتباط سالب

الارتباط تام وطردي الارتباط منعدم الارتباط تام وعكسي

## ثانيا : معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

وهو من المقاييس المهمة والشائعة الاستخدام لسهولته من جهة ودقته من جهة أخرى ولاسيما للمتغيرات التي هي بهيئة صفات ولا يمكن قياسها كميا ، وتعطى تلك المتغيرات رتبا لتحل محل المقياس الكمي ويلزم لحسابه ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا ومن ثم استخدام الصيغة التالية .

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^{٢}}{ن (ن^{٢} - ١)}$$

**حيث :** ر : معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

ف : الفرق بين رتب س وص أي ف = رتب س رتب ص

ن : عدد القيم

ملاحظة / عند تساوي قيمتين أو اكثر نعطيها رتبا متتالية ثم نضع لكل واحدة معدل هذه الرتب والقيمة التي تلي تلك القيم تعطى ترتيبها الذي وصلت إليه .

**مثال / الجدول التي تقديرات لكفاءة أداء خمسة من العاملين في احد المصانع وتحصيلهم الدراسي.**

| كفاءة الأداء (ص) | جيد جدا | ضعيف | ممتاز | جيد | متوسط | مقبول |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التحصيل الدراسي (س) | دبلوم | متوسطة | بكالوريوس | يقرا ويكتب | ثانوية | ابتدائية |

المطلوب : جد قيمة معامل الارتباط بين كفاءة الاداء والتحصيل الدراسي ، وما هي مدلولاته ؟

**الحل /**

نرتب التقديرات بشكل تصاعدي كالآتي :

| كفاءة الأداء (ص) | ضعيف | مقبول | متوسط | جيد | جيد جدا | ممتاز |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الرتب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ |

| التحصيل الدراسي(س) | يقرا ويكتب | ابتدائية | متوسطة | ثانوية | دبلوم | بكالوريوس |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الرتب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ |

| ص | س | رتب ص | رتب س | ف= رتب ص-رتب س | ف$^{٢}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| جيد جدا | دبلوم | ٥ | ٥ | ٠ | ٠ |
| ضعيف | متوسط | ١ | ٣ | ٢- | ٤ |
| ممتاز | بكالوريوس | ٦ | ٦ | ٠ | ٠ |
| جيد | يقرا ويكتب | ٤ | ١ | ٣ | ٩ |
| متوسط | ثانوية | ٣ | ٤ | ١- | ١ |
| مقبول | متوسطة | ٢ | ٢ | ٠ | ٠ |
| مج | | | | صفر | ١٤ |

$$\text{ر} = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^{٢}}{\text{ن} (\text{ن}^{٢} - ١)}$$

$$\text{ر} = ١ - \frac{٦ (١٤)}{٦ (٣٦ - ١)}$$

ر= ١- ٨٤ / ٢١٠

ر= ١- ٠,٤

ر= ٠,٦

بما إن قيمة معامل الارتباط تساوي = ٠,٦ ، فهذا يدل على وجود ارتباط طردي متوسط بين كفاءة الأداء والتحصيل الدراسي .

**مثال ٢/** كانت متغيرات ٦ طلاب في مادتي الإحصاء والرياضيات هي كالآتي :

| تقدير درجة الإحصاء | جيد | متوسط | ضعيف | مقبول | جيد جدا | امتياز |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تقدير درجة الرياضيات | متوسط | جيد | مقبول | ضعيف | ممتاز | جيد جدا |

**المطلوب /** اوجد معامل الارتباط البسيط بين تقدير الطالب في امتحان الإحصاء وتقديره في امتحان الرياضيات .

**الحل /** نرتب القيم تصاعديا أو تنازليا وليكن تصاعدي ثم نخصص رتباً فمثلاً قيم سلسلة أعداد طبيعية وكما يلي :

| التقديرات | ضعيف | مقبول | متوسط | جيد | جيد جدا | امتياز |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الرتب | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ |

| اسم الطالب | س | ص | رتب س | رتب ص | ف = س- ص | $ف^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | جيد | متوسط | ٤ | ٣ | ١ | ١ |
| ٢ | متوسط | جيد | ٣ | ٤ | ١- | ١ |
| ٣ | ضعيف | مقبول | ١ | ٢ | ١- | ١ |
| ٤ | مقبول | ضعيف | ٢ | ١ | ١ | ١ |
| ٥ | جيد جدا | ممتاز | ٥ | ٦ | ١- | ١ |
| ٦ | ممتاز | جيد جدا | ٦ | ٥ | ١ | ١ |
| مج | | | | | صفر | ٦ |

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^2}{ن (ن^2 - ١)}$$

ر= ١- ٦ (٦) / ٦(٣٥)

ر= ١- ٣٦/ ٢١٠

ر= ٠,٨٢٨ هناك ارتباط قوي موجب بين مادتي الإحصاء والرياضيات .

## خامسا : الإحصـــاء الاستدلاليـــة

### ١. الفرضيات ومستوى الدلالة

يعرف الفرض على انه يشير إلى عدم وجود فروق أو علاقات بين القيم المستخلصة من المجتمعات ، بينما تشير الفروق أو العلاقات بين القيم المستخلصة من العينات بخطأ المعيارية .

أما مستوى الدلالة فهي تشير إلى حالة الفروق بين المتوسطات من حيث كونها حقيقية أم أنها راجعة إلى الصدفة، وبالتالي موقف الباحث العلمي والذي يتمثل في قبول الفرض الصفري أم رفضه .وهناك أربعة احتمالات يعتمد عليها الباحث في تقرير موقفه.

أ إذا كانت الفرضية الصفرية صحيحة / وجاءت نتائج البحث تشير بصحتها، فإن الباحث قد اتخذ قراراً صائباً بذلك.

ب وإذا كانت الفرضية الصفرية خاطئة / وجاءت نتائج البحث تشير بخطئها، فإن الباحث قد اتخذ قراراً صائباً بذلك.

ج وإذا كانت الفرضية الصفرية صحيحة / ولكن نتائج البحث تشير بخطئها، فإن القرار الذي يتخذه الباحث في هذه الحالة يكون خاطئاً.

د وإذا كانت الفرضية الصفرية خاطئة / وجاءت نتائج البحث تشير بصحتها، فإن قرار الباحث يكون خاطئاً في هذه الحالة.

ومستويات الدلالة الثلاثة هي:

- %دال عند 0.05 أي مستوى الثقة95 %.والشك5
- %دال عند 0:01 أي مستوى الثقة %99. والشك1
- %دال عند 0.001 أي مستوى الثقة 99.9 % .والشك 1 و0 % .

### ٢. درجة الحرية

وهي عدد الدرجات التي يمكن أن تتغير حول قيمة ثابتة أو مقياس معين للمجتمع الأصلي . وتستخدم درجات الحرية في الغالب كمفتاح لاستخدام الجداول الإحصائية لتحديد مدى

وجود دلالة إحصائية للنتيجة المستخرجة من الاختبار الإحصائي، وبالتالي يقبل الباحث الفرض الذي تبناه أو يرفضه.

مثلا إذا جمعنا مجموعة من الدرجات عدد ٢٠ درجة وهذه الدرجات لها متوسط حسابي معروف (١٠) مثلا ، ومن المعلوم خلال حساب الانحراف عن المتوسط أن مجموع انحراف القيم عنه يساوي صفرا ، فانه يترتب على ذلك أن تكون أية ١٩ درجة من هذه الدرجات الـ(٢٠) حرة في تغير قيمتها بينما تكون الدرجة الـ (٢٠) مقيدة بقيمة معينة تضاف للقيم الـ(١٩) حتى يصبح المتوسط (١٠) ولذلك تكون درجات الحرية التي تتشتت حول متوسط ذلك التوزيع مساوية ن -١ .

## ٣. الدرجة المعيارية

لمقارنة درجة فرد بغيره من الأفراد ولمعرفة معنى الدرجة الحاصل عليها أو لمقارنة درجات فرد في امتحانات مختلفة أو اختبارات تقيس اشياء مختلفة ، فانه يمكن تحويل الدرجة الخام الحاصل عليها إلى درجة معيارية وذلك عن طريق ايجاد المتوسط الحسابي لدرجات المجموعة في هذا الاختبار أو الامتحان ، وكذلك ايجاد الانحراف المعياري لها ثم ايجاد الفرق بين الدرجة الخام للفرد وبين المتوسط الحسابي وقسمة هذا الفرق على قيمة الانحراف المعياري وبذلك نحصل على الدرجة المعيارية ، وتحسب بالصيغة التالية :

الدرجة المعيارية = الدرجة الخام (س) - المتوسط الحسابي (سَ) / الانحراف المعياري(ع)

**مثال** / لنفرض إننا نريد المقارنة بين تحصيل طالبين كل منهما في شعبة دراسية كما في الجدول التالي:

| البيان | شعبة رقم ١ | شعبة رقم ٢ |
|---|---|---|
| درجة الطالب س | 82 | 60 |
| المتوسط الحسابي سَ | 70 | 54 |
| الانحراف المعياري ع | 10 | 4 |

فإذا أردنا معرفة أي الطالبين أفضل في تحصيله بالنسبة لمستوى صفه؟

نحسب الدرجة المعيارية للأول= ٨٢-٧٠ / ١٠

= ١٫٢

والدرجة المعيارية للثاني= ٦٠-٥٤ /٤

= ١٫٥

أي أن تحصيل الطالب الثاني أفضل بالرغم من أن درجته الخام كانت أقل من الدرجة الخام للطالب الأول

وفي بعض الحالات نقوم بتعديل الدرجة المعيارية عندما يكون الناتج عدداً سالباً حيث نضربها في 10 ونضيف 50 فنحصل على درجة معيارية معدلة.

وتسمى هذه باسم الدرجة التائية.

فلو كانت الدرجة المعيارية -0.6

تكون الدرجة التائية = (-٠٫٦ X 10) + ٥٠

= -6 + 50 =44

انتهى والحمد لله